

VINCENZO GUEGLIO

IN CERCA DEL PIGRECO

1. Salomone e le cucurbite

"Il valore della circonferenza di un cerchio si ottiene moltiplicando il diametro per 3,14:

$$c = 2\pi \cdot r .$$

"L'area di un cerchio si ottiene moltiplicando il quadrato del raggio per 3,14:

$$A = \pi \cdot r^2$$

Fra tutti gl'insegnanti che ogni anno, in ogni ordine di scuola, ripetono questi dogmi, quanti ve ne sono che si preoccupano di spiegare ai loro allievi che cosa sia quel simbolo magico e insidioso che consente di *conoscere* i cerchi? E come gli uomini siano pervenuti, e con quale tensione dell'ingegno, a individuarlo e definirlo? Pochi, temiamo, mentre molti indubbiamente saranno pronti a lamentare il disinteresse degli studenti per la matematica.

Forse essi stessi, inavvertitamente, tendono ad assumere come verità date da sempre le conoscenze che tramandano: ad allievi sin troppo pronti ad assumerle acriticamente, nella forma dell'*ipse dixit*, ciecamente fidandosi dell'autorità dell'insegnante.

Ma la matematica ha una sua storia: non meno travagliata e non meno affascinante d'ogni altra disciplina. E conoscerla potrebbe aiutare a rendere meno distanti e meno freddi anche i numeri astrusi.

Infatti, benché spesso sconcertanti e difficili, i percorsi della matematica sono in ultima istanza riconducibili a motivazioni squisitamente umane, pratiche, a *problemi* alla cui risoluzione l'intelligenza umana si è applicata sin dalle origini e che sono pertanto agevolmente comprensibili (col senno di poi) attraverso la ricostruzione di quegli sforzi e di quelle motivazioni. Attraverso, insomma, la storia degli uomini, delle loro civiltà, delle loro idee e dei loro errori.

Già nel IV millennio a.C. i fatidici sumeri avevano annotato, su tavolette ancora redatte col primitivo sistema di scrittura detto pittografico, esempi per calcolare le aree dei campi col sistema della base per l'altezza. Molto presto anche il rapporto fra la circonferenza e il suo diametro - quello che noi ci siamo

abituati a chiamare, un po' macchinalmente, π - era stato individuato: deducendolo approssimativamente dalla misurazione concreta.

Per i loro scopi pratici i sumeri non si preoccuparono di cercare una approssimazione finissima e si accontentarono di una grossolana determinazione del valore del $\pi = 3$. Del resto, per conoscere la capacità o il contenuto di un granaio cilindrico, non era indispensabile una grande precisione; così come per prevedere il numero di mattoni per un fusto di colonna.

Ma i matematici - sempre un po' petulanti - giudicarono severamente Dio in persona da quando scopersero nella Bibbia la testimonianza di un errore compiuto dagli architetti di Salomone nel determinare la circonferenza di una vasca circolare che il gran re stava facendo costruire nel tempo per le abluzioni dei sacerdoti:

Fece il mare [grande vasca] di bronzo fuso, che misurava dieci cubiti da un orlo all'altro: era perfettamente circolare e profondo cinque cubiti. Un orlo in forma di corona, lungo trenta cubiti, fasciava tutta la sua circonferenza (II Cronache, 4;2).

Per gli ebrei tra il I e il II millennio prima di Cristo, dunque (l'impresa di cui parla la Bibbia è datata tra il 1014 e il 1007 a.C.), il rapporto tra la circonferenza e il suo diametro era uguale a 3.

E qui la rozzezza dell'approssimazione cominciava a produrre inconvenienti *pratici* piuttosto seri: assumendo per il cubito un valore di 50 cm (tale era all'incirca il valore del cubito egiziano, che i reduci dall'esilio importarono in Israele) scopriamo che una approssimazione un po' migliore al misteriosissimo e per sempre imprevedibile *valore vero* del π conduce a un valore della circonferenza pari a circa m 15,70 invece di m 15 come sostenevano gli scribi di Salomone: con probabile sconcerto dei carpentieri: ai quali dovette mancare, se avevano dato retta ai calcoli dei progettisti, un cubito e mezzo di bordo vasca.

E viene da chiedersi come avranno risolto il problema dell'ornato, che lo stesso testo descrive:

Sotto l'orlo aveva un ornato di cucurbite tutto attorno, dieci per ogni cubito e disposte in due ordini, tutte fuse di getto col mare stesso (II Cronache, 4;3).

Visto che la misura della circonferenza non era di 30 cubiti, come essi credevano, ma di 31,14, quante saranno state, in realtà, le cucurbite? 300 o 314?

Questo piccolo mistero rimarrà irrisolto; e pazienza; ma ci insegnato almeno una cosa, che il metro degli ebrei doveva essere piuttosto elastico.

Anzi, flessibile.

Il punto è proprio questo. Infatti, non ragionando allora in termini matematici astratti - come oggi il più sprovveduto dei nostri allievi è pure abituato a fare, non foss'altro per la forma che la mente ha assunto da quando s'è avvezzata ad adoperare il linguaggio simbolico dell'algebra - le regole di matematica e di geometria erano tratte direttamente dall'esperienza pratica per i fini della pratica stessa e, non esistendo propriamente il concetto di *precisione* quale noi oggi lo intendiamo, ci si accontentava.

In effetti, sappiamo quali difficoltà si incontrano nel misurare una linea curva. L'unità di misura adottata nell'antichità fu, con ogni probabilità, flessibile per adattarsi all'andamento della curva: è assai verosimile pensare che la stessa corda adoperata per tracciare il cerchio sul terreno venisse riportata sulla circonferenza nel tentativo di misurarla. Dunque il raggio stesso (curvato) costituiva l'unità di misura; e il rapporto tra la circonferenza e il raggio (quello che noi chiamiamo π) era dato immediatamente dalla misura della circonferenza: altro non serviva e nessuno, a quanto pare, si preoccupò troppo se quel rapporto non era esatto.

Certo a nessuno venne in mente la possibilità che la circonferenza e il suo raggio fossero - enormità che noi oggi pronunciamo senza battere ciglio - incommensurabili.

Per gli antichi erano tanto commensurabili, al contrario, che non si preoccupavano nemmeno dei pezzi di circonferenza che restavano dopo aver riportato sei volte intero su di essa la cordicella del raggio: di norma almeno li trascuravano, accontentandosi della prima approssimazione.

Gli stessi sumeri, inventori della civiltà; e poi i prodigiosi babilonesi, che pure sapevano calcolare esattamente - come è dimostrato da tavolette cuneiformi che ci sono pervenute - il π alla seconda cifra decimale, adoperarono sempre, per i fini pratici, il grossolano valore di $\pi=3$.

Non troppo diversamente accade oggi, quando, pur conoscendo di π oltre 700 cifre decimali, non ne adoperiamo, di norma, più delle due consuete e familiari a tutti.

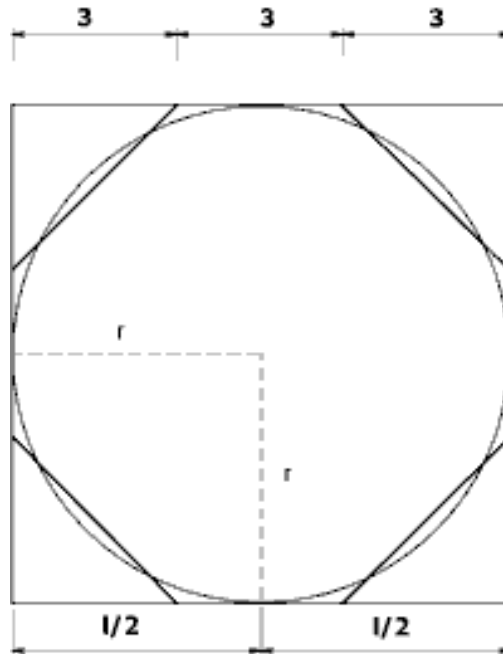
2. Ahmes, scriba, inventa un sistema per calcolare l'area del cerchio e, già che c'è, trova una regola generale per ricavare il pi greco

Come giungessero i babilonesi a calcolare con tanta precisione il π , non sappiamo; sappiamo come facessero gli egiziani; e il procedimento adottato, sebbene conducesse a un risultato un po' meno preciso di quello conseguito dai loro vicini della Mesopotamia, ci riempie d'ammirazione.

La testimonianza è contenuta in un papiro noto col nome di *Rhind*, l'antiquario scozzese che lo acquistò nel secolo scorso, o di *Ahmes*, lo scriba

che lo compilò attorno al 1650 a.C. vantandosi di trascriverlo da un testo più antico, risalente al Medio Regno e composto tra il 2000 e il 1800 a.C.

Trisezionando i lati di un quadrato con lato di 9 unità e tagliando via i quattro triangoli isosceli, si costruisce un ottagono, la cui area, osserva Ahmes, non appare molto diversa da quella del cerchio inscritto nel quadrato.



Se, dunque, riusciremo a conoscere l'area dell'ottagono, avremo, all'incirca, anche l'area del cerchio.

L'area dell'ottagono è facile da ricavare: noi egiziani sappiamo da tempo calcolare le aree di quadrati e triangoli; e non faticiamo a vedere che

$$\text{Area}_{\text{ottagono}} = \text{Area}_{\text{quadrato}} - 4 \text{Area}_{\text{triangolo}}$$

Ovvero:

$$\text{Area}_{\text{ottagono}} = 81 - 18 = 63$$

Questo 63 non mi dice molto, ma 64 lo conosco bene: è l'area di un quadrato di lato uguale a otto unità.

E questa è per me l'area del cerchio inscritto nel quadrato di lato 9.

I posteri torceranno forse il naso di fronte alle approssimazioni del mio procedimento; ma io intanto sono in grado di compiere un passo ulteriore, e

ricavarmi, da questo caso particolare, la regola generale che mi consentirà, dato un cerchio qualsiasi, di calcolarne l'area.

Debbo soltanto scoprire che cos'è che ha trasformato l'area di un cerchio di diametro 9 nell'area di un quadrato di lato 8.

Se chiamo **A** l'area del cerchio iscritto nel quadrato di lato 9, **u** la costante che cerco, **d** il diametro del cerchio, mi accorgo subito che

$$A = u \cdot d^2 = 8^2$$

$$u = 8^2 / 9^2 = 0.789$$

Se poi, invece che ragionare sul diametro, che può essere talvolta scomodo, preferisco operare col raggio, chiamerò poniamo **p** la costante che cerco e avrò:

$$A = p \cdot r^2 = 8^2$$

$$p = (9 / 2)^2 = 8^2$$

$$p = 4 (8 / 9)^2 = 3,156$$

Mica male, eh? Ecco dunque trovata la costante che cercavo che, moltiplicata per il quadrato del raggio di un cerchio qualsiasi, mi darà la sua area.

E lasciamo pure che i posteri torcano il naso!

Sì, noi posteri raffinati abbiamo qualcosa da rimproverare ad Ahmes: la approssimazione relativamente buona di π può riempirci di ammirazione; ma non ci basta: a parte ogni altra considerazione, non sappiamo se i matematici egizi si fossero resi conto che le aree del quadrato e del cerchio considerati non erano esattamente uguali; e la mancanza di rigore nei passaggi fa rabbrivire ogni insegnante di matematica di scuola media.

Chi affrontò per primo, con autentica consapevolezza e grande rigore scientifico, il problema del rapporto fra la circonferenza e il suo raggio fu un greco (e questo spiega il nome che all'enigmatica costante fu assegnato): Archimede di Siracusa.

3. Le piramidi, monumento al pi greco?

"Oggi sappiamo" mentono i due autori di un libro per qualche aspetto **divertente**¹, "che i faraoni hanno scritto sulle piramidi i risultati d'una scienza di cui ignoriamo le origini e i metodi. Vi si trovano il numero π , il calcolo esatto della durata d'un anno solare, del raggio e del peso della terra..." e via

fantasticando in un'enumerazione sensazionale quanto oziosa con la quale non ci interessa nemmeno, qui, aprire una polemica.

Ci incuriosisce invece, sia perché attiene l'argomento di cui stiamo trattando, sia perché sembra fondarsi su dati oggettivi, l'opinione di chi ha visto nella grande piramide di **Khufu**² una sorta di immenso monumento al π , eretto dieci secoli prima che lo scriba Ahmes insegnasse il suo metodo di quadratura del cerchio che conduceva - in seguito a un procedimento ingegnoso ed efficace, anche se matematicamente rozzo - a un'approssimativa valutazione di π , che si faceva pari a **3 + 1/6**.

Fu un certo John Taylor che nel 1859, mentre stava analizzando a tavolino - probabilmente per ingannare la noia delle sue giornate di ottuagenario - le misure di una pietra del rivestimento, scoprì, con un tuffo al cuore, che attraverso queste si risaliva a una curiosa proprietà: nella piramide, che ha un angolo di inclinazione di circa 52°, l'altezza sta in rapporto con il perimetro come il raggio rispetto alla circonferenza:

$$h/p = 1/2 \pi.$$

Data la straordinaria accuratezza d'esecuzione della grande piramide, si è potuto procedere a una precisa misurazione delle sue fondazioni che ha dato risultati stupefacenti, dimostrando che "questo rapporto è rispettato con una precisione maggiore dell'uno per **mille**³".

Contrabbandieri del mistero, mercenari del misticismo, avvoltoi dell'inconsueto si sono gettati su questo dato facendone scempio e trasformando un problema in un mistero insondabile.

Noi, che siamo interessati a un atteggiamento diverso - onesto prima ancora che scientifico - citeremo un'interessante ipotesi di Kurt Mendelssohn che propone una spiegazione semplice e originale per presunto mistero: senza pretese di assolutezza ma anzi aprendosi alla discussione, alla verifica o alla possibile smentita.

Mendelssohn suggerisce di adottare una spiegazione su base pratica, conforme alle rudimentali cognizioni matematiche dell'epoca, che sicuramente escludevano una conoscenza tanto raffinata di π : suppone perciò che gli antichi egizi avessero potuto trovar comodo, in sostituzione del cubito **lineare**⁴, adoperare un cilindro di diametro uguale a un cubito, da far ruotare sul terreno: in ogni misura così effettuata si troverebbe dunque, in modo del tutto casuale, il π .

Ci è parso logico e quasi necessario pensare che nella misura di ogni lato il cilindro dovesse ruotare un numero **intero** di volte; e, animati da una certa impertinenza più che dal freddo rigore scientifico, ci siamo divertiti a operare una piccola verifica - della quale ci accingiamo a dar rapidamente conto - che sembrerebbe confermare (o, più prudentemente, non smentire) la nostra ipotesi.

Chiamando **K** il diametro del cilindro, pari a un cubito reale, la circonferenza, cioè il cubito ruotato, è **$c = \pi \cdot K$** .

Il lato deve, per soddisfare la nostra ipotesi, essere **$l = n \cdot \pi \cdot K$** , dove n è un numero intero.

Conosciamo le lunghezze dei quattro lati della grande piramide: tra la maggiore e la minore c'è una differenza, normale anche per sistemi di misurazione moderni, di 20 cm. Abbiamo calcolato la media dei quattro valori: per essa **$l = 230,36 \text{ m}$** .

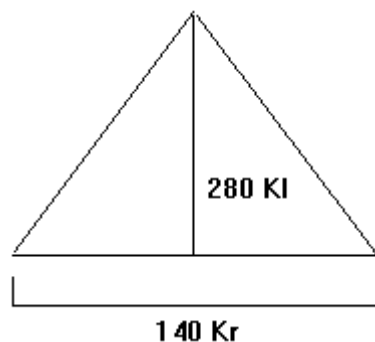
Sappiamo anche il valore del cubito: **$K = 0,5236 \text{ m}$** . Nell'ipotesi di 140 rotazioni intere, il valore di π contenuto in queste misurazioni è **$\pi = 3,142\dots$** con un errore, dunque, di circa un millesimo.

Prima di affermare, tuttavia, che l'ipotesi è pienamente soddisfatta e assumere l'uso del *cubito ruotato* tra i sistemi di misura normalmente adoperati dagli antichi egizi, preferiremmo attendere che un fortunato ritrovamento archeologico sostituisca con una prova materiale inconfutabile la semplice verosimiglianza del nostro ragionamento.

Se si accetta l'ipotesi secondo la quale al *cubito ruotato* adoperato per misure di lunghezza gli antichi costruttori facessero corrispondere il *cubito lineare* in altezza, ecco che il misterioso rapporto tra altezza e perimetro viene a spiegarsi con disarmante semplicità.

Può darsi che questa spiegazione non sia per tutti soddisfacente appieno: si tratterà, allora, di trovarne una migliore.

Quello che è comunque storicamente certo - una dato invalicabile per chiunque desideri conservare una differenza tra ragionamento e fantasticheria - è che gli egiziani non ebbero mai piena consapevolezza teorica del problema del π : per trovarla, al di là delle risposte pratiche di Ahmes (o dei babilonesi), che comunque vennero circa un millennio dopo le piramidi, bisognerà aspettare qualcosa come 2500 anni: la piena maturità della civiltà greca e il genio individuale di un uomo fra i maggiori che la storia ricordi: Archimede di Siracusa.



$$KI = 0.5236 \text{ m}$$

$$Kr = 3.142 \times 0.5632 \text{ m}$$

4. Il pi greco, Archimede siracusano e le perplessità del giovane Törless

Liberati dalla necessità di fare i conti con i problemi pratici più urgenti, che trovavano risolti in seguito alle grandi conquiste intellettuali degli egizi e dei babilonesi - a torto sottovalutate dalla miope e forse inconsapevolmente razzistica alterigia di certi critici abbagliati dal *miracolo ellenico* -, i greci poterono coltivare l'inclinazione al gioco elegante delle forme e dei numeri: che ha dato poi così brillanti risultati e ha segnato tanto profondamente la nostra civiltà da far dimenticare troppo spesso la sua *storicità*: i suoi debiti e anche i suoi limiti.

La forma classica del problema della determinazione del π come *quadratura del cerchio* con riga e compasso (gli strumenti degli dèi, gli unici che gli aristocratici greci si degnassero di adoperare) era certamente affascinante, ma anche un'inutile gabbia.

E' vero che mentre cercavano la soluzione di questo problema (e degli altri due, famosi, della duplicazione del cubo e della trisezione dell'angolo) i greci raggiunsero importanti conoscenze geometriche e vette altissime d'astrazione; ma è anche vero che non s'accorsero mai, realmente, che i limiti che si erano imposti erano arbitrari, tutt'altro che assoluti o *naturali*.

Di passaggio, senza volerci soffermare sul fatto più di quanto occorra per annotarlo, possiamo constatare come un atteggiamento extramatematico - il disprezzo, in questo caso, per i metodi e gli strumenti degli artigiani e dei **tecnici**⁵ -, condizionato dalla formazione economico-sociale dominante influisca di fatto (nel bene e nel male, sia come stimolo, sia come limite mentale) sulla stessa ricerca matematica; e come la stessa *impossibilità* d'una soluzione si dimostri *relativa* a certe restrizioni: individuate e rimosse le quali l'impossibilità scompare.

I problemi della duplicazione del cubo e della trisezione dell'angolo portano (come si è scoperto con lo sviluppo dell'algebra e della sua notazione simbolica dopo il Seicento) a equazioni cubiche: essi pertanto non sono risolvibili con riga e compasso (strumenti che conducono, come nessuno studente oggi ignora, a equazioni lineari e quadratiche); ma ammettono una soluzione: e oggi è possibile, con speciali strumenti formati da una serie di aste articolate, pervenire alla soluzione grafica non solo di questi due problemi, ma di qualsiasi problema che conduca a un'equazione algebrica a coefficienti razionali.

Il problema della *quadratura del cerchio* si è dimostrato invece ben altrimenti indomabile; ostinato e maligno; radicalmente diverso rispetto agli altri due e capace di suscitare allarmanti inquietudini: la sua complessità, il suo fascino - che ha attraversato indenne tutta la storia delle civiltà umane -, le vicende della sua "risoluzione" ne fanno uno degli episodi più significativi e illuminanti del modo di procedere della matematica.

A conclusione di due millenni di tentativi, nel 1882 il tedesco Lindmann risolse il problema dimostrando che è impossibile risolverlo: π è qualcosa di peggio d'un semplice numero irrazionale, non appartiene neppure al pur vasto dominio dell'algebra: deve essere considerato un numero *trascendente*: e il problema che lo concerne non ammette nessuna formulazione algebrica.

I matematici manifestarono grande soddisfazione per questa nuova conferma delle ambigue possibilità della loro scienza; ma a noi, profani inquieti, è rimasta la malinconia di vederci riconsegnare p avvolto nel mistero di sempre e con in più il consiglio d'essere ragionevoli e accontentarcene.

Né ci stupiremmo di sentirci dire - con l'irritante candore di cui sono capaci i matematici - che tutta la ricerca non è stata che un gioco: l'esistenza del quadrato equivalente al cerchio di raggio unitario, infatti, nessuno l'ha mai posta in dubbio: questo quadrato in matematica è sempre esistito ed è, con esasperante precisione, quello il cui lato misura *radice di π* ; e π è perfettamente conoscibile con un'equazione semplicissima e dall'aria innocente: $\pi - x = 0$: che ha l'unico torto (questo potrebbe onestamente riconoscerlo anche il matematico) di cambiare soltanto nome a p e di riproporcelo, spogliato della sua austera veste tradizionale, mascherato da Pierrot, tutto carico di punti interrogativi:

$$\pi = x .$$

Possiamo capire come fra i turbamenti del giovane Törless non poca parte avessero quelli relativi a certe disperate incursioni del pensiero nei domini dell'infinito, nei fondamenti incrollabili e *assenti*⁶ della matematica, nella sfuggente, imbarazzante, interminabile realtà dei numeri irrazionali.

Le perplessità suscitate dall'irruzione dell'infinito nei numeri sgomentarono e sgomentano le facoltà intellettive e i sensi (finiti) degli uomini, da Pitagora a Cantor: che impazzì, come in un uno degli incubi fantastici di Borges, contemplando l'inconcepibile serie degli Aleph che aveva suscitato.

Ma mentre alcuni scivolavano nello stupore mistico - dal pitagorico Liside, che propose di pensare dio come un numero irrazionale; al Gioberti, che vide nella matematica infinitesimale la prova decisiva dell'esistenza di Dio - altri cominciarono, senza reverenza alcuna, a fare i conti, letteralmente, con questi numeri e con lo stesso infinito.

Uno di questi arditi irriverenti fu Archimede, che tutti almeno di nome conoscono perché "ne ha fatte di così curiose, ha fatto dir tanto di sé, che, per saperne qualche cosa, non c'è bisogno di un'erudizione molto *vasta*⁷".

Tra le cose *curiose* fatte da Archimede vi fu quella di contare i granelli di sabbia che possono essere contenuti nell'universo. Un'altra fu un magnifico *metodo*⁸ che gli permise di svelare molti segreti delle curve e dei solidi e che è,

in buona sostanza, identico al procedimento, riscoperto 1850 anni dopo la sua morte, del calcolo integrale.

Senza addentrarci in dettagli teorici o **tecnici**⁹ vorremmo limitarci a guardare questo metodo mentre opera: per esempio mentre affronta il prestigioso problema della *quadratura del cerchio*.

Archimede cominciò col dimenticare i limiti che gli si ponevano: gettò via riga e compasso e fece funzionare la fantasia della ragione.

Propose di immaginare la circonferenza come compresa fra due insiemi di poligoni regolari, uno inscritto, l'altro circoscritto: partendo da un esagono, si continua a raddoppiare il numero dei lati; i perimetri dei poligoni iscritti formano una successione e quelli dei poligoni circoscritti un'altra successione: e le due successioni "oscillano" come un pendolo attorno al valore vero (irraggiungibile) di π .

Se si continua indefinitamente in questo procedimento, le *oscillazioni* si fanno sempre più strette attorno a π , o, come si direbbe in termini matematici, "convergono sullo stesso limite": questo limite è la lunghezza della circonferenza e, se il diametro di quest'ultima è l'unità, il limite comune è π .

Archimede decise di fermarsi (lo immaginiamo stremato da **calcoli estenuanti**)¹⁰ al poligono di 96 lati; in corrispondenza del quale trovò un valore di π compreso fra

$$3 + 10/71 \text{ e } 3 + 10/70,$$

vale a dire fra

$$3,140 \text{ e } 3,142^{11}.$$

Era, in fondo, un piccolo progresso dal punto di vista numerico, rispetto ai valori ottenuti dagli egiziani e dai babilonesi; ma con il rigore e la straordinaria lucidità concettuale condensate nel metodo adottato per compiere questo *piccolo* passo Archimede fece compiere alla matematica e alla ragione umana un balzo immenso, che ancor oggi siamo indotti a considerare con reverente stupore e ammirazione.

Tra l'altro si deve osservare che le successioni convergenti al limite di π sono entrambe irrazionali e che Archimede, senza troppo **preoccuparsene**¹², sostituì ad esse delle successioni razionali, adottando così, circa 21 secoli prima che Weierstrass e Cantor lo autorizzassero, il procedimento che consiste nel fare corrispondere a una successione di numeri irrazionali una successione di numeri **razionali**¹³.

E questo ci pare un tratto che - mentre ce lo rende umanamente più vivo, più vicino e direi, anche simpatico - può ben costituire un ulteriore parametro della sua grandezza.

NOTE

1. Pauwels e Bergier, *Il mattino dei maghi*, Mondadori, Milano 1974, pag. 200.
 2. Cheope, come siamo abituati a chiamarlo, alla greca.
 3. Kurt Mendelssohn, *L'enigma delle piramidi*, Mondadori, Milano 1979, pag. 59.
 4. Il cubito era l'unità di misura egiziana: basato sulla distanza dal gomito alla punta delle dita, nell'Antico regno era fissato convenzionalmente e valeva circa 52 cm. Per l'esattezza m 0,5236.
 5. Su questo atteggiamento delle classi dominanti nei confronti del lavoro riferisce, con notevole lucidità e distacco, Erodoto: "Se i Greci abbiano ricevuto anche questa consuetudine di vita dagli Egiziani, non potrei affermarlo con sicurezza, poiché vedo che anche i Traci, gli Sciti, i Persiani, i Lidi e quasi tutti i Barbari considerano di minor riguardo, in confronto degli altri cittadini, quelli che imparano un'arte e i loro discendenti; mentre, invece, ritengono nobili quelli che sono liberi da lavori manuali; in modo particolare quelli che si sono consacrati all'esercizio della guerra. E' questa una mentalità che tutti i Greci hanno assorbito, e specialmente gli Spartani; i Corinzi, invece, sono quelli che meno di tutti disprezzano gli artigiani". Erodoto, *Le storie*, II, 167, Mondadori, Milano 1974, pag. 252.
 6. "Sebbene il tuo edificio stia in piedi, ogni mattone, appena si tocca, diventa aria" (Robert Musil, *I turbamenti del giovane Törless*, Rizzoli, Milano 1974, pag. 106).
 7. *I promessi sposi*, cap. VIII.
 8. Egli ne attribuisce però la paternità a Eudosso di Cnido (408-355 a.C.)
 9. Chi ne fosse curioso può trovarne un'efficace illustrazione in Carl Boyer, *Storia della matematica*, Isedi, Milano 1976, pagg. 107 e segg. e pag. 149.
 10. Anche perché non possedeva i nostri numeri, né le nostre tecniche, e doveva operare con un sistema, simile a quello adoperato dai romani, ove i numeri si rappresentavano con lettere dell'alfabeto. Per avere una vaga idea delle difficoltà connesse a tale sistema, suggeriamo di provare a eseguire un paio di moltiplicazione e divisioni coi numeri romani. Poniamo ad esempio che si debba dividere MDCCIX per MCMXXVIII. Non sarà forse inutile ricordare che ancora nel Rinascimento la divisione era un'operazione assai difficile, e che da molti paesi d'Europa i figli dei grandi mercanti venivano in Italia per apprenderne i complessi segreti, che s'insegnavano nelle migliori università.
 11. Tre secoli dopo, Aryabhata, un grande matematico indiano, riprese il metodo di Archimede e, arrivando al poligono di 384 lati, affinò ulteriormente l'approssimazione di p , considerandolo uguale a 3,1416.
 12. "Se uno badasse troppo per il sottile, la matematica non esisterebbe" (R. Musil, op. cit. pag. 96).
 13. "Che sia ad essa asintotica" vorranno aggiungere i pedanti. Li accontento, ricordando che si dicono *asintotiche* due successioni la cui differenza è infinitesima.
-